

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SÉRIE SCIENTIFIQUE

ÉPREUVE DE SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

Session 2014

Corrigé

Retransmission vidéo d'évènements sportifs par caméra mobile

Éléments de correction

Partie 1. Réponse au besoin

Objectifs de cette partie : **analyser** le besoin à l'origine de la mise en œuvre d'une caméra mobile afin de retransmettre une course de 100 m. **Vérifier** que, pour une course donnée, le modèle de la consigne de pilotage en vitesse de la caméra mobile est bien adapté au suivi des athlètes tout au long de la course.

Q1. Exprimer la fonction principale du X-Track. **Indiquer** la contrainte principale à prendre en compte pour que le X-track remplisse correctement sa fonction en mode automatique quel que soit le niveau de la compétition.

D'après la présentation du sujet, la fonction principale du X-track est de permettre au téléspectateur de voir une course d'athlétisme.

Pour piloter le système en mode automatique, la contrainte principale est de connaître la liste des participants de chaque course ainsi que leurs performances respectives déjà enregistrées lors de ces courses.

Q2. Caractériser la nature du mouvement du X-track pendant la phase 1 ($0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$) et la phase 2 ($3 \text{ s} < t \leq 10 \text{ s}$).

Pendant la phase 1, le X-track a un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré puisque la vitesse varie de manière linéaire.

Pendant la phase 2, le mouvement est un mouvement de translation rectiligne uniforme (vitesse constante).

Q3. En tenant compte du besoin exprimé, **proposer** deux raisons qui justifient le décalage du X-track par rapport à la ligne de départ.

Le X-track est décalé par rapport à la ligne de départ afin :

- d'avoir une vue d'ensemble du départ de la course plutôt qu'une vue de profil dans laquelle les coureurs au premier plan masquent l'arrière-plan ;
- de permettre au X-track d'avoir une accélération au démarrage plus faible puisqu'il est en avance sur les athlètes.

Q4. Déterminer les équations de la position du X-track durant les phases 1 et 2. Sur le document réponse DR1 **compléter** le tableau et **tracer** la courbe de position du X-track.

Pendant la phase 1 pour $0 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$ puisque le mouvement est uniformément accéléré, l'équation de position du X-track est de la forme:

$$X_{\text{X-track}}(t) = \frac{1}{2} \times \gamma_{t=0} \times t^2 + V_{t=0} \times t + X_{t=0}$$

Sur la figure 4, l'accélération est le coefficient directeur de la droite on a donc :

$$\gamma_{t=0} = \frac{11,5 - 0}{3 - 0} = 3,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad V_{t=0} = 0 \quad \text{et} \quad X_{t=0} = 5$$

$$X_{\text{X-track}}(t) = \frac{0,5 \times (11,5 - 0) \times t^2}{3 - 0} + 5 = 1,916 \times t^2 + 5$$

Avec cette équation, on peut alors compléter les 4 premières cellules du tableau du document réponse DR1 et tracer les 4 premiers points de la courbe de position du X-track.

Pendant la phase 2 pour $3 \text{ s} < t \leq 10 \text{ s}$ cette fois-ci le mouvement est uniforme, l'équation de position du X-track est donc de la forme :

$$X_{\text{X-track}}(t) = V_{t=3} \times (t-3) + X_{t=3}$$

Sur la figure 4 on peut lire que : $V_{t=3} = 11,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

D'après les résultats de la phase 1, puisqu'il y a continuité de la position entre les deux phases, $X_{t=3} = 22,235 \text{ m}$.

D'où l'équation finale :

$$X_{\text{X-track}}(t) = 11,5 \times (t-3) + 22,235$$

Avec cette équation, on peut alors compléter les dernières cellules du tableau du document réponse DR1 et tracer les derniers points de la courbe de position du X-track.

Q5. Indiquer si le X-track est capable de filmer correctement toute la course avec cette consigne de vitesse. **Argumenter**.

Au départ de la course, le X-track est positionné de façon à ce que la caméra montre l'ensemble des athlètes sur la ligne de départ.

Il suit ensuite la tête de course comme l'indique la courbe tracée sur le DR1.

Enfin le fait d'arriver en retard par rapport à la tête de la course permet de visualiser l'arrivée de tous les athlètes, la tête de la caméra étant orientable.

Q6. Préciser qui de l'athlète courant le 100 m en 9,58 s ou du X-track arrive en premier. **Indiquer** l'écart (différence de position) entre le X-track et l'athlète à l'instant où ce dernier franchit la ligne d'arrivée.

D'après la courbe tracée sur le document réponse DR1 à la question précédente, on voit que l'athlète passe la ligne d'arrivée avant le X-track.

L'écart entre eux est de $100 - 97,9 = 2,1$ m.

Q7. Justifier qu'il est pertinent, dans ce contexte, d'utiliser un asservissement pour commander le moteur du X-track.

Dans la mesure où le X-track doit permettre aux téléspectateurs de suivre une course de 100 m, il faut diminuer voire annuler les écarts entre l'X-track et les athlètes, ce qui sera assuré par un asservissement.

Q8. En comparant les différentes courbes proposées sur le document technique DT1, **déterminer** laquelle des trois stratégies de commande est la plus adaptée à un suivi fidèle de toute l'épreuve.

L'observation des réponses pour les trois stratégies de commande donne les résultats suivants :

- avec la stratégie N°1 l'écart entre la consigne et le comportement du X-track est trop important ;
- avec la stratégie N°2 l'écart est faible et le comportement est stable ;
- avec la stratégie N°3 l'écart est faible mais le comportement est instable.

La meilleure stratégie est celle qui ne déstabilise pas le système et qui présente un écart le plus faible possible par rapport à la consigne, c'est donc la stratégie N°2 qui est la plus adaptée.

Partie 2. Positionnement de la caméra sur le X-track

Objectifs de cette partie : valider les performances de rotation de la caméra sur le X-track afin de centrer l'image sur les athlètes durant toute la course.

Q9. Déterminer l'angle théorique $\theta_{initial}$ (défini sur la figure 10) que forme l'axe de visée avec l'axe de la piste au moment du départ en faisant l'hypothèse que la caméra vise le centre exact de la piste.
Sachant que l'angle final de la caméra par rapport à l'axe de la piste doit être de 90° , **calculer** l'angle $\theta_{caméra}$ (défini sur la figure 7) que doit parcourir la caméra.

La figure 10 met en évidence un triangle rectangle dont les 3 sommets sont : le centre de la caméra, le croisement entre la ligne de départ et l'axe de visée et le croisement entre la ligne de départ et l'axe de translation du X-track.

On a donc $\tan \theta_{initial} = \frac{6 + 4 \times 1,22}{5}$, soit :

$$\theta_{initial} = \arctan\left(\frac{6 + 4 \times 1,22}{5}\right) = 65,32^\circ.$$

La figure 7 montre que :

$$\theta_{camera} + \theta_{initial} = 90^\circ.$$

Par conséquent :

$$\theta_{camera} = 90 - 65,32 = 24,68^\circ.$$

Q10. En déduire l'angle de rotation θ_{moteur} de l'arbre moteur ainsi que le nombre entier N_{pas} de pas correspondant à cette rotation.

La figure 8 montre que le rapport de réduction entre le moteur et la caméra est de $\frac{1}{10}$

On peut en déduire que :

$$\theta_{moteur} = \frac{\theta_{camera}}{\text{Rapport de réduction}} = \frac{24,68}{1/10} = 246,8^\circ.$$

La résolution angulaire du moteur pas à pas est de $1,8^\circ$.

$$N_{pas} = \frac{\theta_{moteur}}{\text{Résolution}} = \frac{246,8}{1,8} = 137,1 \text{ pas.}$$

Le nombre entier de pas est donc 137.

Q11. Calculer la distance d_1 définie sur la figure 11 correspondant au centre de l'image réellement visé. **Vérifier** que la position du X-track respecte le cahier des charges.

En suivant le raisonnement inverse de la question Q9 avec comme point de départ le nombre entier de pas, on a :

$$\theta_{\text{moteur}} = \text{Résolution} \times N_{\text{pas}} = 1,8 \times 137 = 246,6^\circ.$$

$$\theta_{\text{camera}} = \theta_{\text{moteur}} \times \text{Rapport de réduction} = 246,6 \times \frac{1}{10} = 24,66^\circ.$$

Et $\theta_{\text{initial}} = 90 - \theta_{\text{camera}} = 90 - 24,66 = 65,34^\circ.$

Or $\tan \theta_{\text{initial}} = \frac{d_1}{5}$

Donc $d_1 = 1089,1 \text{ cm}.$

La figure 10 montre que le centre de la piste se trouve à $6 + 4 \times 1,22 = 10,88 \text{ m} = 1088 \text{ cm}$ de l'axe de translation du X-track.

On a donc un décalage de 1,1 cm entre le point visé et l'axe de la piste :

$$1089,1 - 1088 = 1,1 \text{ cm}.$$

On doit viser le centre de la piste à $\pm 15 \text{ cm}$, le cahier des charges est donc validé.

Q12. Localiser t_1 sur le graphique du document réponse DR1. **Indiquer** sa valeur sur ce document.

La caméra devrait se trouver perpendiculaire à la piste au moment où elle est rattrapée par l'athlète ce qui correspond à l'instant où les courbes du document réponse 1 se croisent. C'est-à-dire environ 1 s après le départ.

Q13. En déduire la fréquence f_{pas} des impulsions de l'ordre de commande. Sachant que le constructeur précise que le moteur pas à pas ne peut pas être piloté à plus de 170 Hz, **conclure** sur l'utilisation d'un tel moteur pour positionner la caméra.

La fréquence des impulsions correspond au rapport entre le nombre de pas et la durée de rotation correspondante :

$$f_{\text{pas}} = \frac{N_{\text{pas}}}{\text{durée}} = \frac{137}{1} = 137 \text{ Hz}.$$

La fréquence calculée est inférieure à la fréquence maximale du moteur, qui est de 170 Hz, le choix de ce moteur est bon selon ce critère.

Partie 3. Etude énergétique du déplacement du X-track

Objectifs de cette partie : **vérifier** les performances du système en terme de suivi d'un record du monde de 100 m.

Q14. Compléter sur le document réponse DR2, le nom des composants réalisant les fonctions *distribuer*, *convertir* et *transmettre* puis **compléter** les deux grandeurs correspondant à la puissance transportée par chacun des liens de puissance.

Voir document réponse DR2.

Q15. Compléter le document réponse DR2 en indiquant aux différents points d'action, la direction et le sens des différentes actions mécaniques extérieures qui s'appliquent à l'ensemble {X-track + caméra}.

Inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées à l'ensemble {X-track + caméra} :

- action mécanique du rail sur le X-track en C,
- action mécanique du brin tendu du câble sur le X-track en A,
- action mécanique de la gravité sur le X-track en G,
- action mécanique de l'air sur le X-track en B.

Les actions mécaniques en B et C sont données dans les hypothèses du sujet.
L'action mécanique de la pesanteur en G se résume à une résultante verticale vers le bas.
L'action mécanique du brin tendu du câble sur le X-track en A est à l'origine du mouvement, elle se résume donc à une résultante horizontale dans le sens du mouvement du X-track.

Voir document réponse DR2.

Q16. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble {X-track + caméra}, **calculer** l'intensité de la résultante de l'action mécanique du câble sur le X-track en A, sachant que la masse du X-track vaut $m = 80$ kg.

Le théorème de la résultante dynamique du PFD s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow \{X\text{-track} + \text{caméra}\}} = m \vec{\Gamma}_{G \square \{X\text{-track} + \text{caméra}\} / R}$$

En projection sur l'axe \vec{X} , on a : $-20 - 32 + X_{\text{câble} \rightarrow X\text{-track}} = 80 \times \frac{11,5}{3}$.

Donc $X_{\text{câble} \rightarrow X\text{-track}} = 358,7$ N.

Q17. À partir de la figure 12 **calculer** l'intensité en N·m du couple créé par le câble sur la poulie en D (point de l'axe de rotation).

Le bras de levier entre la direction de la résultante de l'action mécanique du câble sur la poulie et l'axe de rotation de la poulie correspond au rayon de cette dernière. On a donc :

$$C_{\text{câble} \rightarrow \text{poulie}} = \left\| \vec{X}_{\text{Câble} \rightarrow \text{X-track}} \right\| \times \text{Rayon poulie} = 358,7 \times 0,125 = 44,8 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

Q18. À partir des caractéristiques du réducteur du document technique DT2 **calculer** le couple nécessaire en sortie du moteur. **Conclure** selon ce critère sur le choix du moteur à partir du document technique DT3.

Par définition du rendement entre la sortie et l'entrée du réducteur :

$$\eta_{\text{réducteur}} = \frac{P_{\text{sortie réducteur}}}{P_{\text{moteur}}} = \frac{C_{\text{sortie réducteur}} \times \omega_{\text{sortie réducteur}}}{C_{\text{moteur}} \times \omega_{\text{moteur}}} = \frac{C_{\text{sortie réducteur}}}{C_{\text{moteur}}} \times \frac{1}{5}.$$

En remplaçant les données par leurs valeurs, on obtient : $0.7 = \frac{50}{C_{\text{moteur}}} \times \frac{1}{5}$.

Soit : $C_{\text{moteur}} = \frac{50}{0.7} \times \frac{1}{5} = 14,3 \text{ N}\cdot\text{m}.$

D'après le document technique DT3 avec un moteur LSRPM 90 SL et un variateur SP8T, le moment nominal est de 15 N·m, donc ce moteur convient selon ce critère.

Q19. **Calculer** la fréquence de rotation (en tours par minute) de la poulie permettant le déplacement du X-track à $11.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. **En déduire** la fréquence de rotation du moteur. **Conclure** selon ce critère quant au choix du moteur à partir du document technique DT3.

La vitesse de translation du X-track est égale au produit de la vitesse de rotation de la poulie par son rayon. On en déduit que :

$$\omega_{\text{poulie}} = \frac{11,5}{0,125} = 92 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Le rapport de réduction impose au moteur de tourner 5 fois plus vite que la poulie :

$$\omega_{\text{moteur}} = 92 \times 5 = 460 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}.$$

La fréquence de rotation du moteur est donc :

$$N_{\text{moteur}} = \frac{60}{2\pi} \times \omega_{\text{moteur}} = \frac{60}{2\pi} \times 460 = 4395 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}.$$

D'après le document technique DT3 la fréquence nominale du moteur est $4500 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$, le moteur peut donc atteindre la vitesse désirée.

Q20. Compléter le tableau proposé sur le document réponse DR3 en respectant les unités proposées. **Conclure** sur le (les) couple(s) diamètre / matériau adapté(s) au cahier des charges.

Pour chaque ligne, on calcule :

- la force de rupture comme étant : $F_r \text{ (N)} = S_e \text{ (mm}^2\text{)} \times R_r \text{ (MPa)}$;
- la masse de câble au 100 mètres en (kg) avec : $M = \rho \times S_e \times 10^{-4}$;
- la raideur élastique avec la relation rappelée : $k = 10 \times \frac{E \times S_e}{L}$; avec $k \text{ (N}\cdot\text{m}^{-1}\text{)}$.

Matériau	Force Rupture $F_r \text{ (N)}$	Masse au 100 m $M \text{ (kg)}$	Raideur élastique $k \text{ (N}\cdot\text{m}^{-1}\text{)}$	Choix adapté (oui/non)
acier	32 600	15,1	40 700	Non
acier à âme textile	22 000	12,8	37 700	Non
polyester	4 400	4,4	5 480	Oui
polyamide	7 000	5,5	2 510	Non

Le seul matériau satisfaisant du point de vue des 3 critères est le polyester.

Partie 4. Initialisation du X-track

Objectifs de cette partie : **valider** sous forme d'algorithme la séquence d'initialisation du X-track.

Q21. Indiquer la condition à vérifier au niveau du contact « poulie/courroie » pour que l'information du codeur soit bien l'image de la position du X-track .

La condition que l'on doit vérifier est que la courroie ne glisse pas sur la poulie.

Q22. Calculer alors le nombre de tours effectués par la poulie lorsque le X-track parcourt les 120 m.

Pour un tour de poulie, le X-track parcourt une distance égale au périmètre de la poulie :

$$\text{Périmètre}_{\text{poulie}} = 2 \times \pi \times R = 0,785 \text{ m.}$$

La distance parcourue par le X-track est égale au produit du nombre de tours de la poulie par son périmètre, soit :

$$n_{\text{poulie}} = \frac{120}{0,785} = 152,8 \text{ tr.}$$

Q23. Déterminer alors le nombre d'impulsions générées par le codeur lorsque le X-track a parcouru 120 m.

Le codeur délivre 40 impulsions par tour de poulie, soit :

$$n_{\text{impulsions}} = 40 \times 152,8 = 6112.$$

Q24. En déduire le format nécessaire pour représenter ce nombre d'impulsions (8, 16, 32 ou 64 bits non-signés).

Le nombre de combinaisons que le format utilisé peut offrir doit être supérieur au nombre d'impulsions calculé ainsi : $2^8 < 6112 < 2^{16}$ donc il faut un format de 16 bits pour représenter ce nombre.

Q25. Compte tenu de la réponse à la question Q23, **calculer** la valeur de la variable N_{Position} correspondant à un déplacement de 5 m (prendre la valeur entière inférieure).

Sachant que le nombre d'impulsions est proportionnel à la distance parcourue, on a alors pour 5 m :

$$N_{\text{Position}} = 5 \times \frac{6112}{120} = 254,66.$$

La valeur entière inférieure est donc 254.

Q26. Compléter l'algorithme du document réponse DR3 afin de réaliser l'initialisation du X-track.

Voir document réponse DR3

Partie 5. Conclusion sur la problématique du sujet

*Objectif de cette partie : **proposer** une synthèse du travail réalisé.*

Q27. Au regard des différents points abordés tout au long de ce sujet, **montrer** que le X-track est bien en mesure de retransmettre une épreuve de 100 m de haut niveau tout en permettant au téléspectateur de s'immerger au cœur de la course. Réponse attendue sous forme d'un paragraphe argumenté d'une longueur maximale de 10 lignes.

Tout d'abord, le X-track permet bien suivre le déplacement du recordman du monde tout au long des 100 m puisque la motorisation peut fournir le couple et la vitesse nécessaires.

La loi de pilotage en vitesse du moteur permet bien de rester au contact de l'athlète.

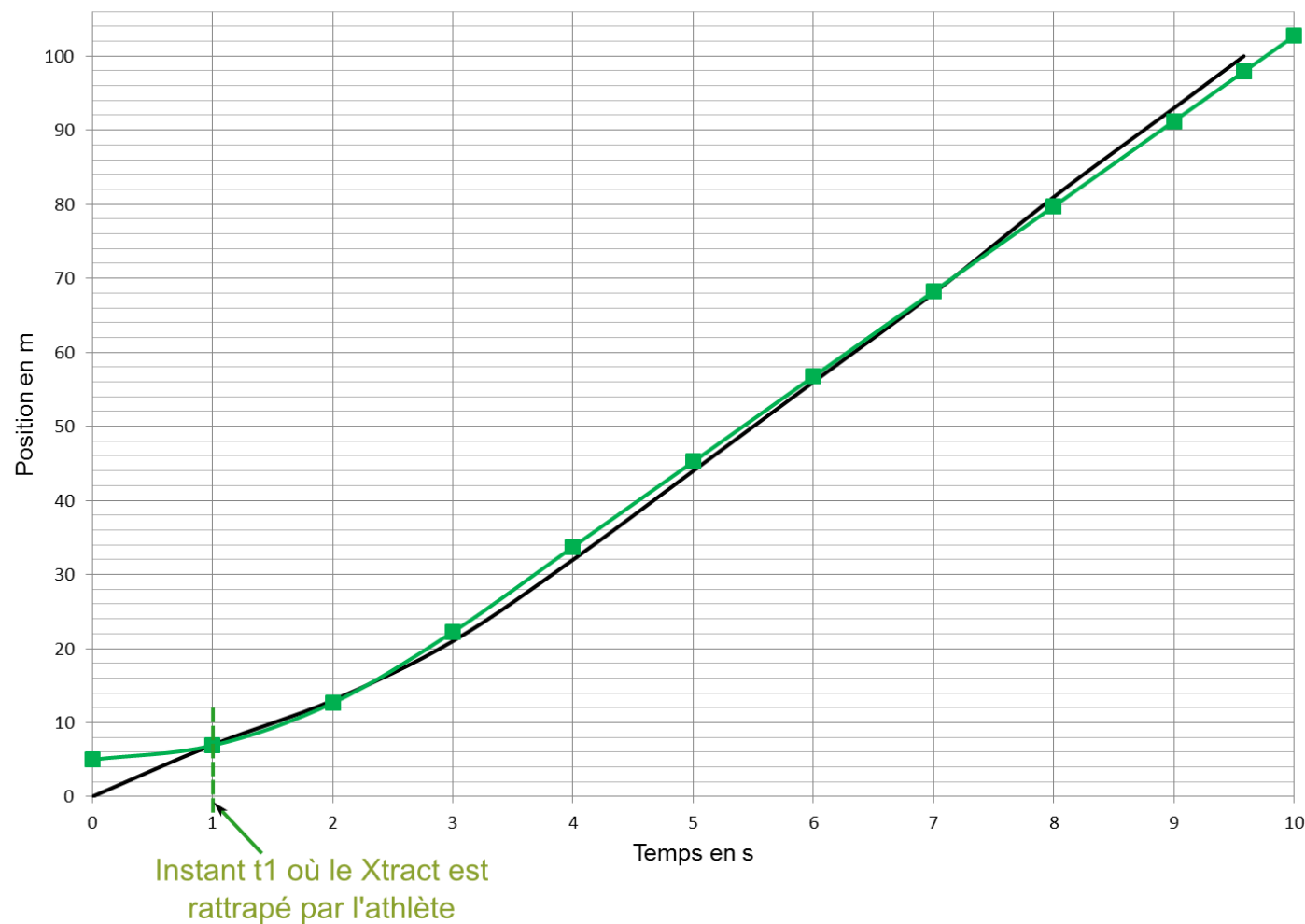
De plus, la phase d'initialisation lui permettant de se placer correctement avant le départ de la course, le X-track peut ainsi enchaîner plusieurs courses d'affiler sans problème.

Enfin, la prise de vue du X-track permet bien au téléspectateur de s'immerger au cœur de la course en lui offrant un seul plan séquence avec une vue global du départ de la course et un suivi continu de la course comme s'il courrait à côté des athlètes.

Document réponse DR1

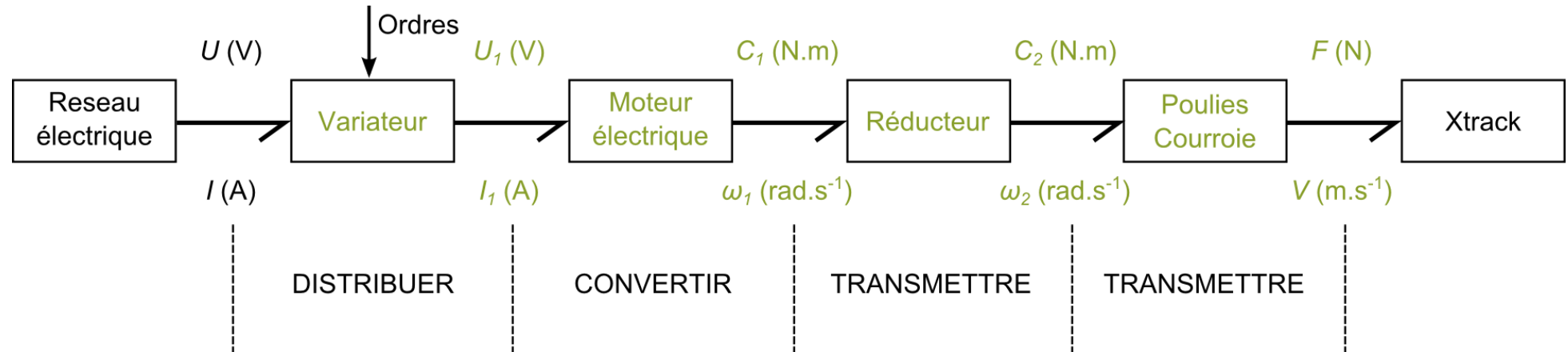
Questions **Q4.** et **Q12.**

Date (en s)	Position du Xtrack (en m)
0	5
1	6,9
2	12,7
3	22,2
4	33,7
5	45,2
6	56,7
7	68,2
8	79,7
9	91,2
10	102,7

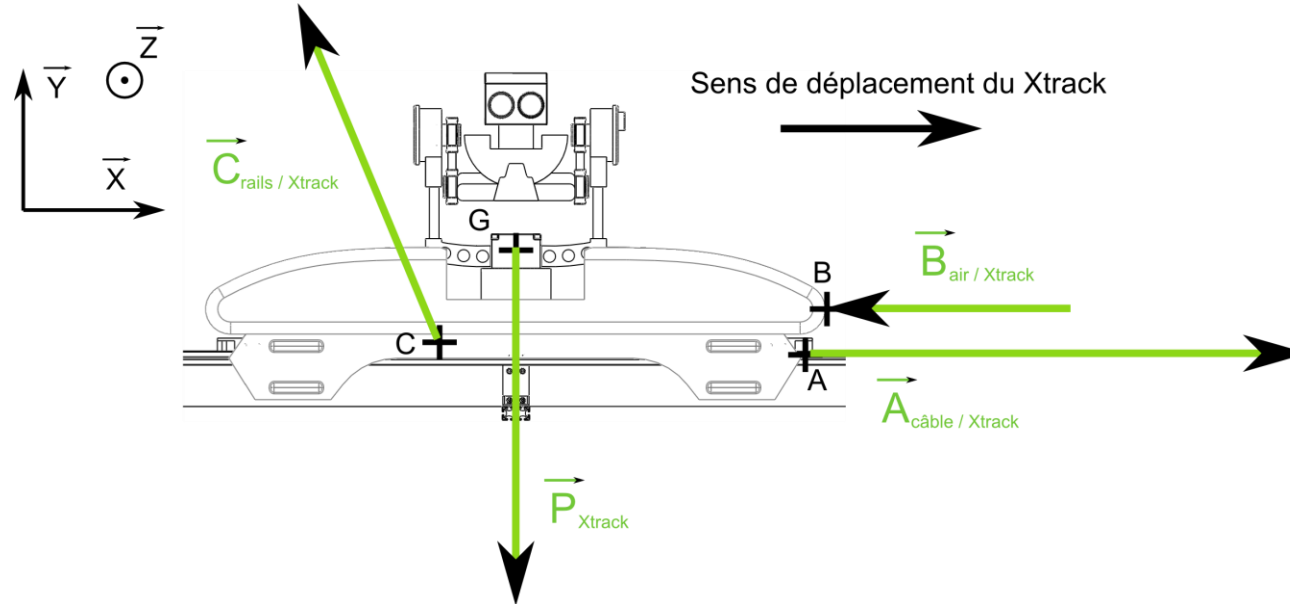
Question **Q12.**Caméra perpendiculaire à l'axe de la piste : $t_1 = 1 \text{ s}$

Document réponse DR2

Question Q14.



Question Q15.



Document réponse DR3

Question Q26.

